Известия Института математики и информатики УдГУ. 2012. Вып. 1 (39)

УДК 519.6

© *А. Г. Ченцов, П. А. Ченцов*

ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ В ОДНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧЕ МАРШРУТИЗАЦИИ[1]

Построен вариант метода динамического программирования (МДП) для решения маршрутной задачи о посещении мегаполисов с особенностью в виде нестационарности стоимостей перемещений и (внутренних) работ. Предполагаются заданными условия предшествования. Исследуется аддитивный вариант агрегирования затрат.

Ключевые слова: маршрут, условия предшествования, функция Беллмана.

1. Введём некоторые обозначения общего характера. В дальнейшем $\triangleq$ — равенство по определению, $\emptyset$ — пустое множество; если z — объект, то $\{z\}$ есть def одноэлементное множество, содержащее z. Для каждой упорядоченной пары (УП) h через $\mathrm{pr}_1(h)$ и $\mathrm{pr}_2(h)$ обозначаем первый и второй элементы h, однозначно определяемые условием $h = \big(\mathrm{pr}_1(h), \mathrm{pr}_2(h)\big)$. Если S — множество, то $\mathcal{P}(S)$ есть def семейство всех подмножеств (ПМ) множества S, $\mathcal{P}'(S) \triangleq \mathcal{P}(S)\setminus\{\emptyset\}$; через $\mathcal{R}_+[S]$ обозначаем множество всех неотрицательных вещественнозначных функций на S, а через $\mathrm{Fin}(S)$ — семейство всех непустых конечных ПМ S. Каждому непустому конечному множеству K сопоставляем его мощность $|K| \in \mathbb{N}$, где $\mathbb{N} \triangleq \{1; 2; \ldots\}$; полагаем, что $|\emptyset| \triangleq 0$. При $\mathbb{N}_o \triangleq \{0\} \cup \mathbb{N}$ полагаем, что $\overline{p,q} \triangleq \{k \in \mathbb{N}_o |\, (p \leqslant k)\,\&\,(k \leqslant q)\}$ $\forall p \in \mathbb{N}_o$ $\forall q \in \mathbb{N}_o$. Последнее соглашение используем для целей нумерации: если Q – непустое конечное множество, то через $(\mathrm{bi})[Q]$ обозначаем (непустое) множество всех биекций «отрезка» $\overline{1,q}$ на Q, где $q \triangleq |Q|$.

2. Фиксируем $N \in \mathbb{N}$, $2 \leqslant N$, непустое множество X, $x^o \in X$ и кортеж

$$(M_i)_{i\in\overline{1,N}} : \overline{1,N} \longrightarrow \mathrm{Fin}(X)$$

(x^o — база или начальный пункт «процесса»; $M_1, \ldots, M_N$ — мегаполисы, подлежащие посещению). Полагаем, что $(x^o \notin M_j \quad \forall j \in \overline{1,N})\,\&\,(M_p \cap M_q = \emptyset \quad \forall p \in \overline{1,N} \quad \forall q \in \overline{1,N} \setminus \{p\})$. Рассматриваются процедуры перемещений следующего вида

$$(x_o = x^o) \to (x_1^{(1)} \in M_{\alpha(1)} \rightsquigarrow x_2^{(1)} \in M_{\alpha(1)}) \to \ldots \to (x_1^{(N)} \in M_{\alpha(N)} \rightsquigarrow x_2^{(N)} \in M_{\alpha(N)}),$$

где α — перестановка в $\overline{1,N}$, именуемая маршрутом и удовлетворяющая, вообще говоря, ограничениям в виде условий предшествования; при $t \in \overline{1,N}$ в виде $x_1^{(t)} \in M_{\alpha(t)}$ и $x_2^{(t)} \in M_{\alpha(t)}$ реализуются соответственно пункты прибытия на мегаполис и отправления с него (возможное несовпадение $x_1^{(t)}$ и $x_2^{(t)}$ связано с выполнением работ в пределах $M_{\alpha(t)}$). Фиксируем $\mathbf{K} \in \mathcal{P}(\overline{1,N} \times \overline{1,N})$; каждую УП $z \in \mathbf{K}$ называем адресной, $\mathrm{pr}_1(z)$ и $\mathrm{pr}_2(z)$ именуем отправителем и получателем z соответственно. Введём

$$\mathbf{X} \triangleq \{x^o\} \cup \Big(\bigcup_{i=1}^{N} M_i\Big) \in \mathrm{Fin}(X)$$

(пространство «процесса») и $\mathbb{P} \triangleq (\mathrm{bi})[\overline{1,N}]$ (множество всех перестановок в $\overline{1,N}$; следуем здесь [1, с. 87]). Если $\alpha \in \mathbb{P}$, то def $\alpha^{-1} \in \mathbb{P} : \alpha\big(\alpha^{-1}(k)\big) = \alpha^{-1}\big(\alpha(k)\big) = k \quad \forall k \in \overline{1,N}$. Элементы $\mathbb{P}$ именуем маршрутами. Полагаем в дальнейшем, что $\forall \mathbf{K}_o \in \mathcal{P}'(\mathbf{K}) \quad \exists z_o \in \mathbf{K}_o : \mathrm{pr}_1(z_o) \neq \mathrm{pr}_2(z) \quad \forall z \in \mathbf{K}_o$. Тогда [2, часть 2]

$$\mathbb{A} \triangleq \{\alpha \in \mathbb{P} |\, \alpha^{-1}\big(\mathrm{pr}_1(z)\big) < \alpha^{-1}\big(\mathrm{pr}_2(z)\big) \quad \forall z \in \mathbf{K}\} \in \mathcal{P}'(\mathbb{P}).$$

Элементы $\mathbb{A}$ — допустимые (по предшествованию) маршруты. Через $\mathbf{Z}$ обозначаем множество всех кортежей

$$(z_i)_{i\in\overline{0,N}} : \overline{0,N} \longrightarrow \mathbf{X} \times \mathbf{X}. \qquad (1)$$

[1]Работа поддержана РФФИ (гранты № 10–01–96020, 10–08–00484).

В терминах (1) определяются допустимые (при фиксированном маршруте) трассы:

$$\mathcal{Z}_\alpha \triangleq \big\{(z_i)_{i\in\overline{0,N}} \in \mathbf{Z} \,|\, \big(z_o = (x^o, x^o)\big) \,\&\, \big(z_j \in M_{\alpha(j)} \times M_{\alpha(j)} \quad \forall j \in \overline{1,N}\big)\big\} \in \mathrm{Fin}(\mathbf{Z}) \quad \forall \alpha \in \mathbb{A}.$$

Если $\alpha \in \mathbb{A}$, $(z_i)_{i\in\overline{0,N}} \in \mathcal{Z}_\alpha$ и $j \in \overline{1,N}$, то $\mathrm{pr}_1(z_j)$ и $\mathrm{pr}_2(z_j)$ — суть пункты прибытия на мегаполис $M_{\alpha(j)}$ и отправления с $M_{\alpha(j)}$ соответственно; их возможное несовпадение связано с выполнением (внутренних) работ на $M_{\alpha(j)}$. Фиксируем

$$\mathbf{c}_1 \in \mathcal{R}_+[\mathbf{X} \times M_1 \times \overline{1,N}], \ldots, \mathbf{c}_N \in \mathcal{R}_+[\mathbf{X} \times M_N \times \overline{1,N}],$$

$$c_1 \in \mathcal{R}_+[M_1 \times M_1 \times \overline{1,N}], \ldots, c_N \in \mathcal{R}_+[M_N \times M_N \times \overline{1,N}], \; f \in \mathcal{R}_+\Big[\bigcup_{i=1}^{N} M_i\Big]$$

(стоимости внешних перемещений, внутренних работ и терминального состояния). Если $\alpha \in \mathbb{A}$ и $(z_i)_{i\in\overline{0,N}} \in \mathcal{Z}_\alpha$, то

$$\Pi\big(\alpha, (z_i)_{i\in\overline{0,N}}\big) \triangleq \sum_{t=1}^{N} \mathbf{c}_{\alpha(t)}\big(\mathrm{pr}_2(z_{t-1}), \mathrm{pr}_1(z_t), t\big) + \sum_{t=1}^{N} c_{\alpha(t)}(z_t, t) + f\big(\mathrm{pr}_2(z_N)\big) \in [0, \infty[. \qquad (2)$$

Минимизация значений (2) посредством выбора $\alpha \in \mathbb{A}$ и $(z_i)_{i\in\overline{0,N}} \in \mathcal{Z}_\alpha$ составляет основную задачу; через V обозначаем её значение (наименьшую из величин (2) при переборе α и $(z_i)_{i\in\overline{0,N}}$ в упомянутых пределах). С применением (эквивалентного) преобразования ограничений по схеме [2, § 2.2] получено уравнение Беллмана; в основе преобразования — использование оператора $\mathbf{I}$ [2, с. 32], действующего в $\mathfrak{N} \triangleq \mathcal{P}'(\overline{1,N})$. В терминах $\mathbf{I}$ определяются допустимые «по вычеркиванию» маршруты: если $K \in \mathfrak{N}$, то элементы множества

$$(\mathbf{I} - \mathrm{bi})[K] \triangleq \big\{\alpha \in (\mathrm{bi})[K] \,|\, \alpha(m) \in \mathbf{I}\big(\{\alpha(i) : \, i \in \overline{m, |K|}\}\big) \quad \forall m \in \overline{1, |K|}\big\}$$

определяют допустимые (в новом смысле) маршруты посещения мегаполисов M_k, $k \in K$. При этом $\mathbb{A} = (\mathbf{I} - \mathrm{bi})[\overline{1,N}]$. Если $K \in \mathfrak{N}$, $x \in X$ и $\alpha \in (\mathbf{I} - \mathrm{bi})[K]$, то через $\mathcal{Z}(x, K, \alpha)$ обозначаем множество всех кортежей $(z_i)_{i\in\overline{0,|K|}} : \overline{0, |K|} \longrightarrow \mathbf{X} \times \mathbf{X}$, для каждого из которых $z_o = (x, x)$ и $z_j \in M_{\alpha(j)} \times M_{\alpha(j)} \quad \forall j \in \overline{1, |K|}$. В рассматриваемом случае при $K \in \mathfrak{N}$ имеем [2] $(\mathbf{I} - \mathrm{bi})[K] \neq \emptyset$ и $\mathcal{Z}(x, K, \alpha) \neq \emptyset \quad \forall x \in \mathbf{X} \quad \forall \alpha \in (\mathbf{I} - \mathrm{bi})[K]$. Эти свойства позволяют построить расширение основной задачи: при $x \in \mathbf{X}$ и $K \in \mathfrak{N}$ рассматриваем задачу минимизации критерия

$$\pi[x; K; \alpha; (z_i)_{i\in\overline{0,|K|}}] \triangleq \sum_{t=1}^{|K|} \mathbf{c}_{\alpha(t)}\big(\mathrm{pr}_2(z_{t-1}), \mathrm{pr}_1(z_t), N - |K| + t\big) + \sum_{t=1}^{|K|} c_{\alpha(t)}(z_t, N - |K| + t) + f\big(\mathrm{pr}_2(z_{|K|})\big)$$

посредством выбора $\alpha \in (\mathbf{I} - \mathrm{bi})[K]$ и $(z_i)_{i\in\overline{0,|K|}} \in \mathcal{Z}(x, K, \alpha)$. Тогда

$$v(x, K) \triangleq \min_{\alpha \in (\mathbf{I} - \mathrm{bi})[K]} \; \min_{(z_i)_{i\in\overline{0,|K|}} \in \mathcal{Z}(x, K, \alpha)} \; \pi[x; K; \alpha; (z_i)_{i\in\overline{0,|K|}}] \in [0, \infty[.$$

При этом $\mathcal{Z}_\alpha = \mathcal{Z}(x^o, \overline{1,N}, \alpha) \quad \forall \alpha \in \mathbb{A}$. Тогда $v(x^o, \overline{1,N}) = V$ есть значение основной задачи, поскольку $\Pi\big(\alpha, (z_i)_{i\in\overline{0,N}}\big) = \pi[x^o; \overline{1,N}; \alpha; (z_i)_{i\in\overline{0,N}}] \quad \forall \alpha \in \mathbb{A} \quad \forall (z_i)_{i\in\overline{0,N}} \in \mathcal{Z}_\alpha$. Определяем $\mathfrak{V} \in \mathcal{R}_+(\mathbf{X} \times \mathbf{N})$ по правилам:

$$\big(\mathfrak{V}(x, K) \triangleq v(x, K) \quad \forall x \in \mathbf{X} \quad \forall K \in \mathfrak{N}\big) \,\&\, \big(\mathfrak{V}(x, \emptyset) \triangleq f(x) \quad \forall x \in \mathbf{X}\big).$$

Т е о р е м а 1. *Если $x \in \mathbf{X}$ и $K \in \mathfrak{N}$, то справедливо равенство*

$$\mathfrak{V}(x, K) = \min_{j \in \mathbf{I}(K)} \; \min_{z \in M_j \times M_j} \big[\mathbf{c}_j\big(x, \mathrm{pr}_1(z), N - |K| + 1\big) + c_j(z, N - |K| + 1) + \mathfrak{V}(\mathrm{pr}_2(z), K \setminus \{j\})\big].$$

Тем самым получено уравнение Беллмана, которое используется ниже в рамках экономичной схемы [2, § 4.9] при реализации которой без потери качества удаётся ограничиться построением лишь части массива значений функции Беллмана, реализуемого в виде системы специальных слоёв.

Ограничимся изложением рекуррентной процедуры построения слоёв функции Беллмана.

3. Пусть $\mathcal{G} \stackrel{\triangle}{=} \big\{K \in \mathfrak{N} | \forall z \in \mathbf{K} \ \ (\mathrm{pr}_1(z) \in K) \Longrightarrow (\mathrm{pr}_2(z) \in K)\big\}$ и $\mathcal{G}_s \stackrel{\triangle}{=} \{K \in \mathcal{G} | s = |K|\} \ \ \forall s \in \overline{1,N}$; см. [2, § 4.9]. При $\mathbf{K}_1 \stackrel{\triangle}{=} \{\mathrm{pr}_1(z) : z \in \mathbf{K}\}$ определяем $\mathbf{M}$ как объединение всех множеств M_i, $i \in \overline{1,N} \setminus \mathbf{K}_1$. Полагаем $D_o \stackrel{\triangle}{=} \{(x, \emptyset) : x \in \mathbf{M}\}$ и $D_N \stackrel{\triangle}{=} \{(x^o, \overline{1,N})\}$. Если $s \in \overline{1,N-1}$ и $K \in \mathcal{G}_s$, то $\mathcal{J}_s(K) \stackrel{\triangle}{=} \{j \in \overline{1,N} \setminus K | \{j\} \cup K \in \mathcal{G}_{s+1}\}$, $\mathcal{M}_s[K]$ есть def объединение всех множеств M_i, $i \in \mathcal{J}_s(K)$, и $\mathbb{D}_s[K] \stackrel{\triangle}{=} \{(x, K) : x \in \mathcal{M}_s[K]\}$ (клетки пространства позиций). Получаем [2, § 4.9]

$$D_s \stackrel{\triangle}{=} \bigcup_{K \in \mathcal{G}_s} \mathbb{D}_s[K] \in \mathcal{P}'(\mathbf{X} \times \mathcal{G}) \ \ \forall s \in \overline{1, N-1}.$$

Справедливо свойство: $(y, K \setminus \{j\}) \in D_{s-1} \ \ \forall s \in \overline{1,N} \ \ \forall (x,K) \in D_s \ \ \forall j \in \mathbf{I}(K) \ \ \forall y \in M_j$. С учётом [2, предложение 4.9.4] определяем функции $\mathfrak{V}_o \in \mathcal{R}_+[D_o]$, $\mathfrak{V}_1 \in \mathcal{R}_+[D_1], \ldots, \mathfrak{V}_N \in \mathcal{R}_+[D_N]$ рекуррентной процедурой: $\mathfrak{V}_o(x, \emptyset) \stackrel{\triangle}{=} f(x) \ \ \forall x \in \mathbf{M}$; преобразования $\mathfrak{V}_{j-1} \to \mathfrak{V}_j$, $j \in \overline{1,N}$, определяются выражениями

$$\begin{gathered}\mathfrak{V}_s(x,K) = \min_{j \in \mathbf{I}(K)} \min_{z \in M_j \times M_j} \big[\mathbf{c}_j\big(x, \mathrm{pr}_1(z), N - |K| + 1\big) + c_j(z, N - |K| + 1) + \\ + \mathfrak{V}_{s-1}\big(\mathrm{pr}_2(z), K \setminus \{j\}\big)\big] \ \ \forall s \in \overline{1,N} \ \ \forall (x,K) \in D_s.\end{gathered} \tag{3}$$

Выражение (3) получено локализацией уравнения Беллмана (функции $\mathfrak{V}_o, \mathfrak{V}_1, \ldots, \mathfrak{V}_N$ — сужения этой функции на $D_o, D_1, \ldots, D_N$ соответственно), $V = \mathfrak{V}_N(x^o, \overline{1,N})$. Построение оптимальной пары маршрут-трасса реализуется на основе (3) по традиционной схеме пошагового решения задач на минимум, начиная с определения точек минимума в соотношении

$$V = \min_{j \in \mathbf{I}(\overline{1,N})} \min_{z \in M_j \times M_j} \big[\mathbf{c}_j\big(x^o, \mathrm{pr}_1(z), 1\big) + c_j(z, 1) + \mathfrak{V}_{N-1}(\mathrm{pr}_2(z), \overline{1,N} \setminus \{j\})\big].$$

Полагаем, $\mathbf{z}_0 \stackrel{\triangle}{=} (x^0, x^0)$, после чего выбираем индекс $\mathbf{k}_1 \in \mathbf{I}(\overline{1,N})$ и УП $\mathbf{z}_1 \in M_{\mathbf{k}_1} \times M_{\mathbf{k}_1}$ так, что при этом

$$V = \mathbf{c}_{\mathbf{k}_1}(x^0, \mathrm{pr}_1(\mathbf{z}_1), 1) + c_{\mathbf{k}_1}(\mathbf{z}_1, 1) + \mathfrak{V}_{N-1}(\mathrm{pr}_2(\mathbf{z}_1), \overline{1,N} \setminus \{\mathbf{k}_1\}).$$

После этого осуществляем следующее перемещение в пространстве позиций

$$[(x^0, \overline{1,N}) = (\mathrm{pr}_2(\mathbf{z}_0), \overline{1,N})] \longrightarrow (\mathrm{pr}_1(\mathbf{z}_1), \overline{1,N} \setminus \{\mathbf{k}_1\}),$$

где $(\mathrm{pr}_2(\mathbf{z}_1), \overline{1,N} \setminus \{\mathbf{k}_1\}) \in D_{N-1}$. При этом согласно (3)

$$\begin{gathered}\mathfrak{V}_{N-1}(\mathrm{pr}_2(\mathbf{z}_1), \overline{1,N} \setminus \{\mathbf{k}_1\}) = \min_{j \in \mathbf{I}(\overline{1,N} \setminus \{\mathbf{k}_1\})} \min_{z \in M_j \times M_j} [\mathbf{c}_j(\mathrm{pr}_2(\mathbf{z}_1), \mathrm{pr}_1(z), 2) + \\ + c_j(z, 2) + \mathfrak{V}_{N-2}(\mathrm{pr}_2(z), (\overline{1,N} \setminus \{\mathbf{k}_1\}) \setminus \{j\})].\end{gathered} \tag{4}$$

С учетом (4) выбираем индекс $\mathbf{k}_2 \in \mathbf{I}(\overline{1,N} \setminus \{\mathbf{k}_1\})$ и УП $\mathbf{z}_2 \in M_{\mathbf{k}_2} \times M_{\mathbf{k}_2}$ так, что

$$\mathfrak{V}_{N-1}(\mathrm{pr}_2(\mathbf{z}_1), \overline{1,N} \setminus \{\mathbf{k}_1\}) = \mathbf{c}_{\mathbf{k}_2}(\mathrm{pr}_2(\mathbf{z}_1), \mathrm{pr}_1(\mathbf{z}_2), 2) + c_{\mathbf{k}_2}(\mathbf{z}_2, 2) + \mathfrak{V}_{N-2}(\mathrm{pr}_2(\mathbf{z}_2), \overline{1,N} \setminus \{\mathbf{k}_1; \mathbf{k}_2\}).$$

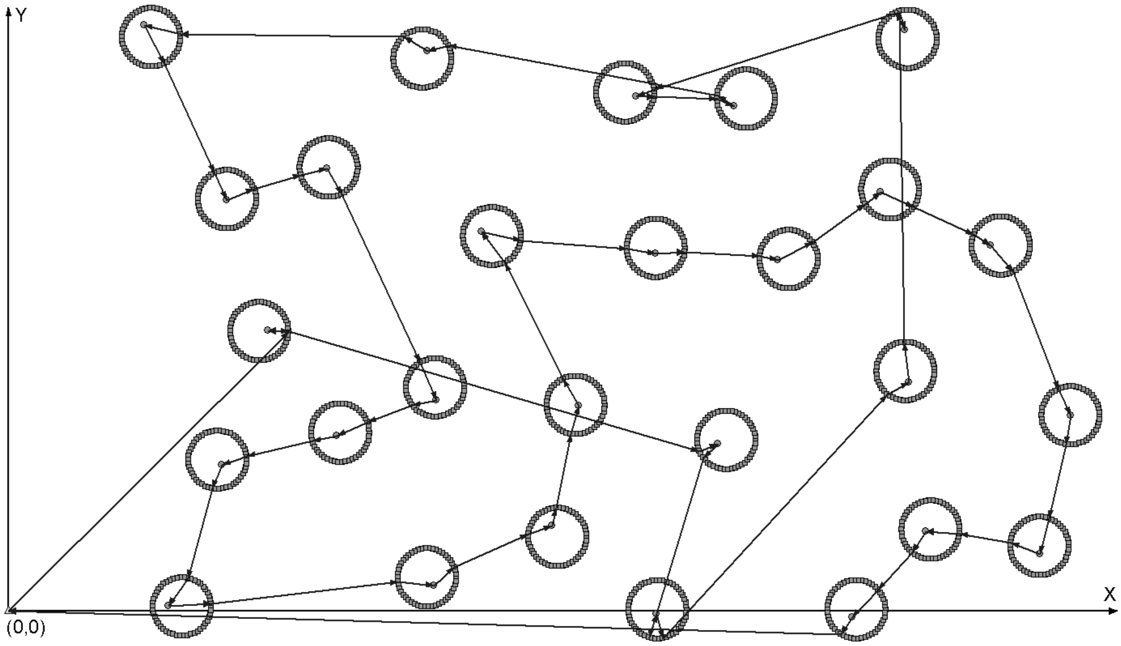
Из общих положений вытекает, что $(\mathrm{pr}_2(\mathbf{z}_2), \overline{1,N} \setminus \{\mathbf{k}_1; \mathbf{k}_2\}) \in D_{N-2}$. Как следствие получаем равенство

$$V = \sum_{t=1}^{2} \mathbf{c}_{\mathbf{k}_t}(\mathrm{pr}_2(\mathbf{z}_{t-1}), \mathrm{pr}_1(\mathbf{z}_t), t) + \sum_{t=1}^{2} c_{\mathbf{k}_t}(\mathbf{z}_t, t) + \mathfrak{V}_{N-2}(\mathrm{pr}_2(\mathbf{z}_2), \overline{1,N} \setminus \{\mathbf{k}_1; \mathbf{k}_2\}).$$

Осуществляем перемещение $(\mathrm{pr}_2(\mathbf{z}_1), \overline{1,N} \setminus \{\mathbf{k}_1\}) \longrightarrow (\mathrm{pr}_2(\mathbf{z}_2), \overline{1,N} \setminus \{\mathbf{k}_1; \mathbf{k}_2\})$.

Дальнейшие построения аналогичны и завершаются реализацией оптимального решения.

4. Рассмотрим пример, в котором $X = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ (плоскость), $x^0 = (0,0)$; при $x_1 \in X$ и $x_2 \in X$ число $\rho(x_1, x_2)$ есть евклидово расстояние между векторами x_1 и x_2. Рассмотрим случай, когда каждому мегаполису M_s сопоставлен вектор $a_s \in X$, $s \in \overline{1,N}$. Определяем стоимости внешних перемещений условиями $\mathbf{c}_s(x,y,t) \stackrel{\triangle}{=} t^2 \rho(x,y) \quad \forall s \in \overline{1,N} \quad \forall x \in \mathbf{X} \quad \forall y \in M_s \ \forall t \in \overline{1,N}$. Если $s \in \overline{1,N}$, то c_s определяем правилом $c_s(x,y,t) = (s-t)^2[\rho(x,a_s) + \rho(a_s,y)] \quad \forall x \in M_s \quad \forall y \in M_s \quad \forall t \in \overline{1,N}$. Пусть $N = 27$; используем пример, в котором $|\mathbf{K}| = 20$ и $|M_j| = 50 \quad \forall j \in \overline{1,27}$. Ниже приведен просчитанный вариант оптимального решения в виде графика перемещений.



Вычисления производились на ПЭВМ с процессором Intel i7-2630QM и 8Гб оперативной памяти, работающей под управлением Windows 7. Время счета 1 ч. 1 мин. 14 сек.

Список литературы

1. Кормэн Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: Построение и анализ. МЦНМО. 2002. 960 с.
2. Ченцов А.Г. Экстремальные задачи маршрутизации и распределения заданий: вопросы теории. Москва–Ижевск: РХД. 2008. 238 с.

Поступила в редакцию 01.02.2012

A. G. Chentsov, P. A. Chentsov

Dynamic programming in a nonstationary route problem

The variant of the dynamic programming method (DPM) is constructed for solving the route problem about megalopolis visiting with the singularity in the form of nonstationarity of permutation and (interior) works. The preceding conditions are given. Additive variant of the input aggregation is investigated.

Keywords: route, preceding condition, Bellman function.

Mathematical Subject Classifications: 93A10, 93A30, 93A99

Ченцов Александр Георгиевич, д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН, зав. отделом, Институт математики и механики УрО РАН, 620990, Россия, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 16. E-mail: chentsov@imm.uran.ru

Ченцов Павел Александрович, к.ф.-м.н., научный сотрудник, Институт математики и механики УрО РАН, 620990, Россия, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 16. E-mail: chentsov.p@mail.ru

Chentsov Aleksandr Georgievich, Doctor of Physics and Mathematics, Corresponding Member, Russian Academy of Sciences, Head of Department, Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. S. Kovalevskoi, 16, Yekaterinburg, 620990, Russia

Chentsov Pavel Aleksandrovich, Candidate of Physics and Mathematics, Researcher, Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. S. Kovalevskoi, 16, Yekaterinburg, 620990, Russia